



Основная профессиональная образовательная программа  
03.03.02 Физика  
(Фундаментальная и прикладная физика)

---

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

**ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Кафедра фундаментальной математики**

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

\_\_\_\_\_  
Л.И. Минеев

(подпись)

30 августа 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Интегральные уравнения и вариационное исчисление**

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	03.03.02 Физика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Фундаментальная и прикладная физика



Основная профессиональная образовательная программа  
03.03.02 Физика  
(Фундаментальная и прикладная физика)

---

### **1. Цели освоения дисциплины**

- формирование представления об интегральных уравнениях,
- овладение аппаратом интегральных уравнений,
- изучение основ классического вариационного исчисления,
- ознакомление с методами решения вариационных задач.

### **2. Место дисциплины в структуре ОП**

Дисциплина входит в обязательную часть ОП. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате изучения следующих дисциплин: высшая математика, теория функции комплексного переменного. Данная дисциплина должна подготовить студентов к освоению следующих дисциплин и практик: научные и методологические основы физических задач, основы научно-исследовательской деятельности, производственная практика, научно-исследовательская работа.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные понятия, утверждения и методы математического анализа, алгебры и геометрии, дифференциальных уравнений.

Уметь: решать типовые задачи математического анализа, алгебры и геометрии, дифференциальных уравнений.

Иметь навыки: применения методов математического анализа, алгебры и геометрии, дифференциальных уравнений для решения задач.

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

#### **3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина**

При освоении дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

#### **3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения формируемых компетенций**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: базовые определения и утверждения интегральных уравнений и вариационного исчисления (ОПК-1.1).

Уметь: создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК-1.2).

Иметь навыки:

– использовать в профессиональной деятельности базовые знания интегральных уравнений и вариационного исчисления (ОПК-1.1);

– создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК-1.2).

### **4. Объем и содержание дисциплины**

Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы (72 академических часа).

#### **4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа**

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.



Основная профессиональная образовательная программа  
03.03.02 Физика  
(Фундаментальная и прикладная физика)

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Семестр	Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения)		Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения)
			Занятия лекционно- го типа	Занятия семинарского типа	Формы промежуточной аттестации
1	Основные определения и классификация интегральных уравнений.	4	2	1	Выступления на семинаре. Опорный конспект.
2	Нелинейные интегральные уравнения.	4	2	1	Выступления на семинаре. Опорный конспект.
3	Теоремы существования и единственности решений интегральных уравнений.	4	2	2	Выступления на семинаре. Опорный конспект.
4	Метод последовательных приближений решения интегральных уравнений.	4	2	2	Выступления на семинаре. Опорный конспект.
5	Повторные ядра. Резольвента.	4	2	2	Выступления на семинаре. Опорный конспект.
6	Интегральные уравнения с вырожденным ядром.	4	2	2	Выступления на семинаре. Опорный конспект.
7	Аппроксимация решения интегрального уравнения с невырожденным ядром решением интегрального уравнения с вырожденным ядром.	4	2	2	Выступления на семинаре. Опорный конспект.
8	Основные определения и классификация экстремальных задач. Примеры экстремальных задач.	4	2	2	Выступления на семинаре. Опорный конспект.
9	Простейшая задача классического вариационного исчисления. Уравнение Эйлера-Лагранжа.	4	2	2	Выступления на семинаре. Опорный конспект.
Итого за семестр:			18	16	Зачет
Итого по дисциплине:			18	16	

#### 4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

1. Основные определения и классификация интегральных уравнений.
  - 1.1. Понятие интегрального уравнения.
  - 1.2. Классификация интегральных уравнений.
  - 1.3. Задачи, сводящиеся к решению интегральных уравнений.
2. Нелинейные интегральные уравнения.
  - 2.1. Уравнение Урысона.
  - 2.2. Уравнение Гаммерштейна.
  - 2.3. Нелинейное уравнение Вольтерра.
3. Теоремы существования и единственности решений интегральных уравнений.
4. Метод последовательных приближений решения интегральных уравнений.
5. Повторные ядра. Резольвента.
6. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
7. Аппроксимация решения интегрального уравнения с невырожденным ядром решением интегрального уравнения с вырожденным ядром.



Основная профессиональная образовательная программа  
03.03.02 Физика  
(Фундаментальная и прикладная физика)

8. Основные определения и классификация экстремальных задач. Примеры экстремальных задач.

8.1. Общие экстремальные задачи: постановка, основные определения, типы ограничений.

8.2. Расширенная постановка экстремальной задачи, нижнее и верхнее значения экстремальной задачи, минимизирующая и максимизирующая последовательности.

8.3. Классы экстремальных задач.

8.4. Задача Архимеда.

8.5. Задача Аполлония.

8.6. Задача о брахистохроне.

8.7. Задача навигации.

9. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Уравнение Эйлера-Лагранжа.

9.1. Постановка простейшей задачи классического вариационного исчисления. Понятия слабого и сильного локальных экстремумов в простейшей задаче классического вариационного исчисления, связь между этими видами экстремумов.

9.2. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Допустимые экстремали. Первые интегралы уравнения Эйлера-Лагранжа.

9.3. Квадратичные простейшие задачи классического вариационного исчисления. Формула приращения квадратичного функционала.

9.4. Достаточные условия абсолютного экстремума в квадратичной простейшей задаче классического вариационного исчисления.

9.5. Неравенство Виртингера.

## 5. Образовательные технологии

Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технология проблемного обучения

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: технологии смешанного обучения, интерактивные информационные технологии.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Специфика компетентностно-ориентированного подхода, лежащего в основе действующих образовательных стандартов, обуславливает необходимость правильной и эффективной организации самостоятельной работы студентов. Для успешного изучения курса студентам следует не только посещать все лекционные и практические занятия, но и как можно больше работать самостоятельно с учебниками, монографиями, научными журналами, сборниками статей, материалами конференций, в научных, в т.ч. электронных, библиотеках. В связи с этим студентам рекомендуется обратить особое внимание на список литературы по дисциплине. В нем указана учебная, научная литература, статьи из периодических изданий, ресурсы Интернета, которые могут быть использованы как для подготовки к практическим занятиям и экзамену, так и при написании контрольных работ.

Для эффективного формирования знаний, умений и навыков, предусмотренных программой курса, студентам важно правильно организовать подготовку к аудиторным занятиям.

Лекции – форма учебного занятия, цель которого состоит в рассмотрении теоретических вопросов излагаемой дисциплины в логически выдержанной форме. Весьма полезной для овладения материалом является «система опережающего чтения», когда студент предварительно прочитывает по темам лекций (в соответствии с планами лекций) материал, содержащийся в учебниках и учебных пособиях, что позволяет более глубоко воспринимать лекции



Основная профессиональная образовательная программа  
03.03.02 Физика  
(Фундаментальная и прикладная физика)

преподавателя. Поможет получить новые знания и систематизировать их составление студентами конспектов прочитанных работ в соответствии с содержанием программы и примерным перечнем контрольных вопросов. Это также существенно облегчит подготовку к аттестации по дисциплине.

Практические занятия – групповая форма занятий, проходящих при активном участии студентов. Они способствуют углублённому изучению наиболее сложных вопросов дисциплины и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы студентов. На этих занятиях студенты учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, вести полемику, убеждать, доказывать, опровергать, отстаивать свои убеждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Умение выступать перед аудиторией и грамотно обосновывать свою позицию – необходимые навыки. Практические занятия призваны не только углубить и закрепить теоретические знания студентов, но и научить пользоваться этими знаниями на практике. На практические занятия выносятся наиболее важные и сложные для изучения темы курса. Качество самостоятельной работы студентов проверяется преподавателем во время практических занятий путем проведения устного и /или письменного опросов.

Для организации самостоятельной работы студентов по освоению учебного материала практикуется выдача студентам учебной литературы (см. список литературы) и методических указаний (см. приложение 1 к данной РП) в текстовой или электронной форме. Для самоконтроля и подготовке студентов к зачету выдаются списки вопросов.

#### **7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Текущий контроль: выступления на семинарах, опорные конспекты, решение задач, проверка самостоятельной работы студентов.

Итоговый контроль: письменный зачет. В билет входят 2 теоретических вопроса и одно компетентностно-ориентированное задание, каждый из них оценивается по 5-ти бальной шкале. Оценка «зачтено» выставляется студенту, если среднее арифметическое (или его округление до целого) между полученными студентом баллами за ответы на теоретические вопросы и решение компетентностно-ориентированного задания не менее 4. В противном случае студенту выставляется оценка «не зачтено».

#### **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

Основная литература:

1. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения: учебное пособие / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2003. - 78 с. - ISBN 5-9221-0275-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68122>
2. Крутиков, В.Н. Методы оптимизации : учебное пособие / В.Н. Крутиков. - Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2011. - 92 с. - ISBN 978-5-8353-1132-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232682>
3. Летова, Т.А. Методы оптимизации. Практический курс : учебное пособие / Т.А. Летова, А.В. Пантелеев. - Москва : Логос, 2011. - 424 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-540-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84995>
4. Мицель, А.А. Методы оптимизации : учебное пособие / А.А. Мицель, А.А. Шелестов, В.В. Романенко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР), ФАКУЛЬТЕТ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ (ФДО). - Томск : ТУСУР, 2017. - 198 с. : ил. - Библиогр.:



Основная профессиональная образовательная программа  
03.03.02 Физика  
(Фундаментальная и прикладная физика)

с.193-194. ; То же [Электронный ресурс]. -  
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=481034>

5. Моклячук М. П. Вариационное исчисление. Экстремальные задачи. Учебник - Москва — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. <http://www.biblioclub.ru/book/114732/>

6. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации : учебное пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - 2-е изд. - Москва : Физматлит, 2011. - 368 с. - ISBN 978-5-9221- 0559-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76629>

7. Федунец, Н.И. Методы оптимизации : учебное пособие / Н.И. Федунец, Ю.Г. Черников. - Москва : Горная книга, 2009. - 376 с. - ISBN 978-5-7418-0557-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=229023>

Дополнительная литература:

1. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации / Алексеев В. М., Галеев Э. М., Тихомиров В. М. М.: Физматлит, 2007. - 254 с ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.biblioclub.ru/book/67227/>

2. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. - Москва : Физматлит, 2005. - 214 с. - ISBN 5-9221-0628-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123>

3. Ловитт, У.В. Линейные интегральные уравнения / У.В. Ловитт ; ред. Д.А. Райков. - 2-е изд. - Москва : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1957. - 266 с. - ISBN 978-5-4458-4440-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=213744>

4. Манжиров, А.В. Справочник по интегральным уравнениям / А.В. Манжиров, А.Д. Полянин. - Москва : Физматлит, 2003. - 609 с. - ISBN 5-9221-0288-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82653>

5. Струченков, В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В.И. Струченков. - Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 434 с. : ил., схем., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5- 4475-3800-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457743>

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет» <https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru);  
<http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka>

Электронная библиотека ИВГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew>

Электронный каталог НБ ИВГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и (или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и (или) Yandex Browser.

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;



Основная профессиональная образовательная программа  
03.03.02 Физика  
(Фундаментальная и прикладная физика)

---

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения.

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Демонстрационное оборудование и учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации: демонстрационные устройства; электронные презентации.

**Автор(ы) рабочей программы дисциплины:** доцент кафедры фундаментальной математики, канд. физ.-мат. наук, доцент Туманова Е. А.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной математики « 30 » августа 2024 г., протокол № 1

Программа обновлена

протокол заседания кафедры № \_1\_ от «\_29\_» августа 2025 г.

Согласовано:

Руководитель ОП \_\_\_\_\_ Л.И. Минеев